Con ello la [13] nos da:

$$\varphi(x) = \sum_{1}^{n} \frac{e^{r_j x}}{E_n'(r_j)}$$

El problema ha quedado así esencialmente resuelto pudiendo escribir la solución buscada [7], en la siguiente forma:

$$y = \sum_{1}^{n} \frac{1}{E_n'(r_j)} \int_0^x e^{r_j(x-t)} f(t)\, dt. \qquad [16]$$

Sin embargo le daremos a la anterior una forma mucho más sintética. Para ello observemos que:

$$\frac{e^{r_j x}}{E_n'(r_j)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{|r_j|} \frac{e^{xz}}{E_n(z)}\, dz \qquad [17]$$

si $|r_j|$ indica, por ejemplo, una circunferencia de centro en el punto r_j y de radio suficientemente pequeño para que en su círculo no se encuentre otro cero del polinomio característico.

La [17] permite, pues, escribir la [15] en la siguiente forma:

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{1}^{n} \int_{|r_j|} \frac{e^{zx}}{E_n(z)}\, dz$$

Pero si γ es un contorno cerrado que incluya todos los ceros de $E_n(z)$ también podemos escribir la forma definitiva:

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{e^{zx}}{E_n(z)}\, dz \qquad [18]$$

Esta $\varphi(x)$ también cumplirá las condiciones [8] si los ceros de E_n dejaran de ser simples, como se supuso (1). A este respecto puede darse, también, esta otra demostración que en esencia sigue al conocido método de D'Alembert.

Sustancialmente se tiene:

$$\varphi(x) = \varphi(x; a_0, a_1, \ldots, a_n)$$

Si los ceros eran simples se tenía:

$$a_0\, \varphi^{(\nu)}(0; a_0, a_1, \ldots a_n) = \delta_{\nu, n-1}$$

Supongamos que para los coeficientes $\bar{a}_0, \bar{a}_1, \ldots, \bar{a}_n$ los ceros de E_n sean múltiples. Entonces se podrá determinar n números h_1,

$h_2, \ldots, h_n$, tales que para los nuevos coeficientes $\bar{a}_0, \bar{a}_1 + h_1, \ldots$ $\bar{a}_n + h_n$ estemos en el caso tratado, o sea:

$$a_0 \varphi^{(\nu)} (0; \bar{a}_0, \bar{a}_1 + h_1, \ldots, \bar{a}_n + h_n) = \delta_{\nu,n-1}$$

Desarrollando el primer miembro se tendrá:

$$\bar{a}_0 \varphi^{(\nu)} (0; \bar{a}_0, \bar{a}_1, \ldots, \bar{a}_n) + T = \delta_{\nu,n-1}$$

y como T tiende a cero con las h se sigue que:

$$\bar{a}_0 \varphi^{(\nu)} (0; \bar{a}_0, \bar{a}_1, \ldots, \bar{a}_n) = \delta_{\nu,n-1} \qquad \text{c. q. d.}$$

5 — Resulta entonces que:

La solución de la ecuación:

$$P_n (n) = f(x)$$

que verifique las condiciones:

$$y(0) = y'(0) = \ldots = y^{(n-1)}(0) = 0$$

está dada por:

$$y = \frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{e^{zx}}{E_n(z)} dz \int_0^x e^{-zt} f(t)\, dt \qquad [19]$$

conforme resulta de llevar la [18] a la [7].

Por ejemplo, aplicando la [19] a la [2] con las condiciones [3] se tiene:

$$y = \int_0^x \frac{f(t)}{2\pi i} dt \int_\gamma \frac{e^{z(x-t)}}{z^n} dz$$

y siendo:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{e^{z(x-t)}}{z^n} dz = \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}$$

se obtiene, directamente, la [4].

6. — Integrando por partes se tiene:

$$\int_0^x e^{-zt} f(t)\, dt = \frac{f(0)}{z} + \frac{f'(0)}{z^2} + \ldots - e^{-zx} \left[\frac{f(x)}{z} + \frac{f'(x)}{z^2} + \ldots \right]$$

de donde la [19] nos da:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{e^{zx}}{E_n}\left[\frac{f(0)}{z} + \frac{f'(0)}{z^2} + \ldots\right] dz$$
$$- \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{1}{E_n}\left[\frac{f(x)}{z} + \frac{f'(x)}{z^2} + \ldots\right] dz \qquad [20]$$

Ahora bien, por las segundas de las [8] y la [18] se tiene:

$$\varphi^{(v)}(0) = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{z^v}{E_n} dz = 0; \; v = 0, 1, 2, \ldots, n-2.$$

En particular, para $v = 0$ resulta:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{dz}{E_n} = 0$$

y como $E_n(z)$ puede ser cualquier polinomio, se tendrá también:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{dz}{z^v E_n} = 0, \; v = 0, 1, 2, \ldots \qquad [21]$$

siempre que entonces — lo que desde ahora supondremos — γ contenga también al punto origen.

Debido a la [21], la segunda integral que figura en la [20] es nula, o, en otras palabras, el extremo superior x de la integral [19] podrá ser reemplazado por otro valor λ que, al integrar por partes la

$$\int_0^\lambda e^{-zt} f(t)\, dt$$

no produzca contribución ulterior.

Lo más natural es tomar $\lambda = \infty$, y entonces, suponiendo que:

$$[e^{-zt} f^{(v)}(t)]_{t=\infty} = 0; \; v = 0, 1, 2, \ldots \qquad [22]$$

en lugar de la [19] se podrá escribir:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{e^{zx}}{E_n} dz \int_0^\infty e^{-zt} f(t)\, dt. \qquad [23]$$

sobreentendido que $E_n = E_n(z)$ y siempre que el contorno γ, además de contener los ceros de E_n y el punto origen, asegure que la

parte real de los z que lo recorren, o sea $\mathcal{R}(z)$, sea mayor que la abscisa α de convergencia de la integral de Laplace que aparece en la [23] y que escribiremos en lo sucesivo, como es corriente, con la notación: $\mathcal{L}[f(t)]$.

Como las anteriores condiciones que debe cumplir el contorno γ, en general no serán compatibles, no podemos dejar la [23] como expresión válida para todos los casos. El análisis siguiente tiene por objeto resolver esta dificultad.

7. — Retornemos a la [19] y tomemos para γ un rectángulo $ABCDA$ en cuyo interior estén los puntos $r_1, r_2, \ldots, r_n$, el origen y la abscisa de convergencia de $\mathcal{L}[f(t)]$. Los lados AB y CD son paralelos al eje imaginario, a distancias de éste iguales a k y k_1, respectivamente, siendo $k > k_1$. Se deberá tomar $k_1 < \alpha < k$ y consideraré $x > 0$.

Supondremos que AB y CD están divididos en partes iguales por el eje real y con CD como diámetro trazo una semicircunferencia, volcada a la izquierda, cuyo arco indico con S_1 y el radio con R.

Se tendrá:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{ABCDA} \frac{e^{zx}}{E_n}\, dz \int_0^x e^{-zt} f(t)\, dt.$$

Ahora bien:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{DCS_1D} \frac{e^{zx}}{E_n}\, dz \int_0^x e^{-zt} f(t)\, dt = 0$$

pues en el interior de DCS_1D no hay ningún r_j ni polo que pueda introducir la integral respecto a t. Además, como he supuesto $x > 0$ tendré:

$$\lim_{R\to\infty} \frac{1}{2\pi i}\int_{S_1} \frac{e^{zx}}{E_n}\, dz \int_0^x e^{-zt} f(t)\, dt = 0$$

por ser:

$$\lim_{R\to\infty} \frac{1}{2\pi i}\int_{S_1} \frac{e^{z(x-t)}}{E_n}\, dz = 0$$

ya que $(x - t) > 0$ y z sobre S_1 tiene un argumento que varía de $\pi/2$ a $3\,\pi/2$. Indicando con M el módulo de la última integral, se tendrá:

$$M = \frac{e^{k_1(x-t)}}{2\,\pi\, i} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \frac{e^{(x-t)R\cos\varphi}\, R}{|\, E_n \,|}\, d\,\varphi$$

y como $\lim\limits_{R \to \infty} |\, E_n \,| = O\,(R^n)$ será: $\lim\limits_{R\to\infty} M = 0.$

Luego:

$$\frac{1}{2\,\pi\, i} \int_{k_1 - i\,\infty}^{k_1 + i\,\infty} \frac{e^{zx}}{E_n}\, dz \int_0^x e^{-zt} f\,(t)\, dt = 0$$

Sin dificultad se evidencia que la misma integral sobre los caminos BC y DA tiende también a cero con $R \longrightarrow \infty$.

Luego la [24] se reduce a la:

$$y = \frac{1}{2\,\pi\, i} \int_{k-i\,\infty}^{k+i\,\infty} \frac{e^{zx}}{E_n}\, dz \int_0^x e^{-zt} f\,(t)\, dt \qquad [25]$$

y como aquí es $k > \alpha$, suponiendo cumplida la [12] se tendrá:

$$y = \frac{1}{2\,\pi\, i} \int_{k-i\,\infty}^{k+i\,\infty} \frac{e^{zx}}{E_n}\, dz \int_0^\infty e^{-zt} f\,(t)\, dt. \qquad [26]$$

8. — Resulta así, en resumen, la proposición siguiente:

La solución de la ecuación:

$$P_n\,(y) = f\,(x)$$

que verifique las condiciones iniciales:

$$y\,(0) = y'\,(0) = \ldots = y^{(n-1)}\,(0) = 0$$

siendo $x > 0$, $k > 0$, $k > \mathcal{R}\,(r)$. y $k > \alpha$ = abscisa de convergencia de $\mathcal{L}\,[f\,(t)]$, está dada por:

$$y = \frac{1}{2\,\pi\, i} \int_{Bk} \frac{e^{zx}}{E_n}\, \mathcal{L}\,[f\,(t)]\, dz \qquad [26]$$

donde B_k indica el camino de integración de $k - i\,\infty$ a $k + i\,\infty$.

9. — Por el Teorema anterior la [26] debe darnos:

$$P_n(y) = f(x).$$

y como $P_n(e^{zx}) = e^{zx} E_n(z)$ se concluye que:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{Bk} e^{zx} \mathcal{L}[f(t)]\, dz = f(x)$$

fórmula que expresa un resultado conocido en el estudio de la integral de Laplace. El mismo proceso seguido legitima, aquí, la derivación bajo el signo integral.

10. — Volvamos a la fórmula:

$$y = \frac{-1}{2\pi i}\int_{\gamma} \frac{e^{zx}}{E_n}\, dz \int_x^0 e^{-zt} f(t)\, dt$$

que es la correspondiente a la [19] para valores de $x < 0$. Si volvemos a considerar a γ según el contorno $ABCDA$ definido en el párrafo 8 e indicamos con S_2 a la semicircunferencia de diámetro AB pero dibujada a su derecha, tendremos, aplicando razonamientos similares a los ya expuestos:

$$-\frac{1}{2\pi i}\int_{AS_2BA} \frac{e^{zx}}{E_n}\, dz \int_x^0 e^{-zt} f(t)\, dt = 0$$

$$\lim_{R \to \infty} \int_{S_2} = 0$$

de donde:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{k-i\infty}^{k+i\infty} = 0$$

Análogamente, cuando $R \to \infty$ las integrales sobre BC y CD tienden a cero y luego queda:

$$y = \frac{-1}{2\pi i}\int_{k_1+i\infty}^{k_1-i\infty} \frac{e^{zx}}{E_n}\, dz \int_x^0 e^{-zt} f(t)\, dt$$

de donde:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk_1} \frac{e^{zx}}{E_n}\, dz \int_x^0 e^{-zt} f(t)\, dt$$

o, si se verifica la [22] para $t = -\infty$

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk_1} \frac{e^{zx}}{E_n}\, dz \int_{-\infty}^{0} e^{-zt} f(t)\, dt$$

siendo $x < 0$, $k_1 < \alpha_1$, $k_1 < \mathcal{R}(r_j)$.

Aquí α_1 designa la abscisa de convergencia de la integral:

$$\int_{-\infty}^{0} e^{-zt} f(t)\, dt = \mathcal{L}_1 [f(t)].$$

11. — Si en lugar de las condiciones:

$$y(0) = y'(0) = \ldots = y^{(n-1)}(0) = 0$$

la solución de $P_n(y) = f(x)$ debiese verificar las condiciones:

$$y(a) = y'(a) = \ldots = y^{(n-1)}(a) = 0$$

se tendrá, indicando con

$$\mathcal{L} [f(t)]_a = \int_a^{\infty} e^{-zt} f(t)\, dt$$

$$\mathcal{L}_1 [f(t)]_b = \int_{-\infty}^{b} e^{-zt} f(t)\, dt$$

para $x > a$

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk} \frac{e^{zx}}{E_n}\, \mathcal{L} [f(t)]_a\, dz$$

y para $x < a$

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk_1} \frac{e^{zx}}{E_n}\, \mathcal{L}_1 [f(t)]_a\, dz.$$

Consideremos el siguiente ejemplo:

$$y'' - y = e^{-2x}$$

Tomemos $a = 3$ o sea:

$$y(3) = y'(3) = 0$$

$$\mathcal{L} [e^{-2t}]_3 = \frac{e^{-3(z+2)}}{z+2} \quad ; \; \alpha = -2.$$

Dejemos sin fijar, por un momento, el valor de k. Se tendrá:

$$y = \frac{e^{-6}}{2\pi i}\int_{Bk} \frac{e^{z(x-3)}}{(z-1)(z+1)(z+2)}\, dz$$

si $\mathcal{R}(x-3) > 0$ tomaré $k > 1$ de modo de cerrar el circuito por una semicircunferencia a la izquierda. Si en cambio es $\mathcal{R}(x-3) < 0$ tomaré $k < -2$ de modo de cerrar el circuito por una semicircunferencia a la derecha, debiendo tener en cuenta en este caso que la integral va con signo negativo. Considerando el primer caso se obtiene:

$$y = e^{-6}\left[\frac{e^{x-3}}{6} - \frac{e^{3-x}}{2} + \frac{e^{6-2x}}{3}\right]$$

verificándose, de inmediato, el cumplimiento de

$$y(3) = y'(3) = 0;\ P_2(y) = e^{-2x}.$$

12. — Consideremos por ejemplo la ecuación:

$$y'' + a^2 y = c\, e^{-bx}$$

y las condiciones:

$$y(0) = y'(0) = 0.$$

La solución estará dada, aplicando la [26], por:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk} \frac{e^{zx}}{E_2}\, \mathcal{L}\,[ce^{-bt}]\, dz$$

k será mayor que 0 y como la integral de Laplace da: $\dfrac{c}{z+b}$ si $\mathcal{R}(z) > -b$ será también: $k > -b$. Queda entonces:

$$y = \frac{c}{2\pi i}\int_{Bk} \frac{e^{zx}}{(z-ia)(z+ia)(z+b)}\, dz \qquad [29]$$

siendo $x > 0$ podemos considerar el camino anterior como el límite de una semicircunferencia, volcada a la izquierda, de radio R inicialmente suficientemente grande como para contener los polos ia, $-ia$, $-b$ y cuyo diámetro, paralelo al eje imaginario, está a una distancia de éste igual a k. Entonces, si indicamos con γ al circuito de esta semicircunferencia:

$$y = \frac{c}{2\pi i}\int_{\gamma} \frac{e^{zx}}{(z-ia)(z+ia)(z+b)}\, dz.$$

Sumando los residuos en los tres polos se tiene:

$$y = \frac{c}{a^2 + b^2}\left[e^{-bx} - \cos ax + \frac{b}{a}\,\text{sen}\, ax\right].$$

Demás está decir que a este resultado se llega directamente de la misma [29] ya que las consideraciones escritas a partir de esa fórmula sólo las he expuesto para ilustrar el detalle de una transformación que, con muy poca práctica el estudioso podrá realizar mentalmente.

13. — El ejercicio anterior nos brinda una oportunidad para examinarlo a la luz de las transformaciones que aclaran la marcha del Cálculo Operacional. Para ello seguiremos, sin modificación, los siguientes pasos expuestos por MacLachlan (2). Multipliquemos ambos miembros de la ecuación

$$\frac{d^2y}{dt^2} + a^2\, y = ce^{-bt}$$

(de la que se busca la solución tal que $y\,(0) = y'\,(0) = 0$) por pe^{-pt} e integrando con respecto a t de 0 a ∞:

$$p\int_0^\infty e^{-pt}\,\frac{d^2y}{dt^2}\,dt + a^2p\int_0^\infty e^{-pt}\,y\,dt = cp\int_0^\infty e^{-(p+b)t}\,dt$$

o sea

$$p\int_0^\infty e^{-pt}\,dy' + a^2p\int_0^\infty e^{-pt}\,y\,dt = \frac{cp}{p+b}$$

pero

$$p\int_0^\infty e^{-pt}\,dy' = p\left|e^{-pt}\,y'\right|_0^\infty + p^2\int_0^\infty e^{-pt}\,y'\,dt = 0 + p^2\int_0^\infty e^{-pt}\,dy$$

puesto que $y'\,(0) = 0$ y $e^{-pt}\,y' = 0$ para $t = 0$.

Además

$$p^2\int_0^\infty e^{-pt}\,dy = p^2\left|e^{-pt}\,y\right|_0^\infty + p^3\int_0^\infty e^{-pt}\,y\,dt$$

$$p\int_0^\infty e^{-pt}\,\frac{d^2y}{dt^2}\,dt = 0 + p^3\int_0^\infty e^{-pt}\,y\,dt.$$

Se encuentra así que:

$$(p^2 + a^2)\, p \int_0^\infty e^{-pt}\, y\, dt = \frac{cp}{p + b}$$

Luego:

$$p \int_0^\infty e^{-pt}\, y\, dt = \frac{cp}{(p + b)\,(p^2 + a^2)}.$$

Como se ve todo ha estado preparado para la anterior intervención de la integral de Carson.

Aplicando entonces el Teorema de inversión de la integral de Mellin, obtenemos:

$$y = \frac{1}{2\,\pi\, i} \int_{Bk} \frac{e^{zt}}{(z + b)\,(z^2 + a^2)}\, dz.$$

A esta altura, como evidentemente no se trata más que de pasar al resultado, las diferencias entre los dos procedimientos desaparecen.

Este ejemplo muestra, mejor que nada, la diferencia que existe entre el método que doy y el del Cálculo Operacional, pudiendo decirse que ambos se desarrollan con diferentes elementos analíticos, en un proceso que tiene un cierto carácter inverso, pero con la diferencia de que en mi exposición ningún recurso viene de «afuera» del problema mismo.

14. — Antes de abordar la integración directa en el caso de que las condiciones que debe verificar la función solución no se refieran al mismo punto, consideremos, de paso, un sencillo ejercicio que nos conducirá a una fórmula de naturaleza reflexiva.

Sea la ecuación:

$$ay' + y = f\,(x).$$

La solución con la condición $y\,(-\lambda) = 0$ será:

$$y = \frac{1}{2\,\pi\, i} \int_{-\lambda}^{x} f\,(t)\; dt \int_{\gamma} \frac{e^{z(x-t)}}{a\,z + 1}\, dz = \frac{1}{a} \int_{-\lambda}^{x} f\,(t)\; e^{\frac{t-x}{a}}\; dt$$

Si en cambio considero la ecuación $-ay' + y = f\,(x)$ la solución que sea $y\,(\lambda) = 0$ estará dada por la:

$$y = \frac{-1}{2\,\pi\, i} \int_{x}^{\lambda} f\,(t)\; dt \int_{\gamma} \frac{e^{z(x-t)}}{-az + 1}\, dz = \frac{1}{a} \int_{x}^{\lambda} f\,(t)\; e^{\frac{x-t}{a}}\; dt.$$

Si tomo $\lambda \longrightarrow \infty$ tendré

$$f(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{2a} \left[\int_{-\infty}^{x} f(t)\, e^{\frac{t-x}{a}}\, dt + \int_{x}^{+\infty} f(t)\, e^{\frac{x-t}{a}}\, dt \right]$$

o sea el siguiente resultado:

$$f(x) = \lim_{a \to 0} \frac{1}{2a} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, e^{-\frac{|t-x|}{a}}\, dt.$$

15. — Consideremos la ecuación:

$$P_2(y) = f(x)$$

y las condiciones de contorno:

$$y(a) = y(b) = 0$$

Si $y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$ es la solución general de $P_2(y) = 0$, para que la anterior expresión, con C_1 y C_2 variables con x verifique la $P_2(y) = f(x)$ será necesario que, conforme a las condiciones que impone el método de la variación de las constantes, se verifique:

$$C_1' = \frac{e^{-r_1 x} f(x)}{E'(r_1)} \quad , \quad C_2' = \frac{e^{-r_2 x} f(x)}{E'(r_2)}$$

de donde:

$$C_1 = \int_a^x \frac{f(t)}{E'(r_1)}\, e^{-r_1 t}\, dt + k_1 \;\; ; \;\; C_2 = -\int_x^b \frac{f(t)}{E'(r_2)}\, e^{-r_2 t}\, dt + k_2$$

y como:

$$E'(r_2) = -E'(r_1) \qquad C_2 = \int_x^b \frac{f(t)}{E'(r_1)}\, e^{-r_2 t}\, dt + k_2$$

Se tiene así:

$$y = \int_a^x \frac{f(t)}{E'(r_1)}\, e^{r_1(x-t)}\, dt + \int_x^b \frac{f(t)}{E'(r_1)}\, e^{r_2(x-t)}\, dt + k_1 e^{r_1 x} + k_2 e^{r_2 x}. \qquad [30]$$

de donde, indicando con:

$$\mathcal{D} = e^{r_1 a + r_2 b} - e^{r_1 b + r_2 a}$$

resulta:

$$k_1 = \frac{1}{\mathcal{D}} \left[-e^{r_2 b} \int_a^b \frac{f(t)}{E'(r_1)}\, e^{r_2(a-t)}\, dt + e^{r_2 a} \int_a^b \frac{f(t)}{E'(r_1)}\, e^{r_1(b-t)}\, dt \right]$$

$$k_2 = \frac{1}{\mathcal{D}} \left[-e^{r_1 a} \int_a^b \frac{f(t)}{E'(r_1)}\, e^{r_1(b-t)}\, dt + e^{r_1 b} \int_a^b \frac{f(t)}{E'(r_1)}\, e^{r_2(a-t)}\, dt \right]$$

Sustituyendo en la [30] después de operaciones inmediatas, y haciendo:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{r_1 x} & e^{r_1 a} & e^{r_1 b} \\ e^{r_2 x} & e^{r_2 a} & e^{r_2 b} \end{vmatrix}$$

se encuentra la fórmula:

$$y = \frac{1}{\Delta_{1,1} E'(r_1)} \left[\int_a^x f(t)\, e^{r_1 (x-t)}\, \Delta_{1,1}\, dt + \int_x^b f(t)\, e^{r_2 (x-t)}\, \Delta_{1,1}\, dt + \right.$$

$$\left. + \int_a^b f(t)\, \{ e^{r_2 (a-t)}\, \Delta_{1,2} + e^{r_1 (b-t)}\, \Delta_{1,3} \}\, dt \right]$$

que podemos escribir también, indicando con:

$$\Delta\{r_i, r_j, r_k\} = \begin{vmatrix} e^{r_i (x-t)} & e^{r_j (a-t)} & e^{r_k (b-t)} \\ e^{r_1 x} & e^{r_1 a} & e^{r_1 b} \\ e^{r_2 x} & e^{r_2 a} & e^{r_2 b} \end{vmatrix}$$

en la siguiente forma:

$$y = \frac{1}{\Delta_{1,1} E'(r_1)} \left[\int_a^x f(t)\, \Delta\{r_1, r_2, r_1\}\, dt + \int_x^b f(t)\, \Delta\{r_2, r_2, r_1\}\, dt \right] \quad [31]$$

que sustancialmente coincide con el resultado que daría la determinación de la función de Green [3].

16. — Volvamos a encarar el mismo problema del párrafo anterior con el objeto de dar un grupo de fórmulas, que creo nuevas, más ágiles en su aplicación que la que introduce la función de Green y que pueden extenderse a ecuaciones de órdenes superiores al que aquí consideraremos.

Remitámosnos al paso en que teníamos:

$$C_1' = \frac{e^{-r_1 x} f(x)}{E'(r_1)} \qquad C_2' = \frac{e^{-r_2 x} f(x)}{E'(r_2)}$$

y modifiquemos desde aquí el procedimiento seguido, escribiendo:

$$C_1 = \int_0^x \frac{f(t)}{2\pi i}\, dt \int_{|r_1|} \frac{e^{-zt}}{E_2}\, dz + \lambda_1; \quad C_2 = \int_0^x \frac{f(t)}{2\pi i}\, dt \int_{|r_2|} \frac{e^{-zt}}{E_2}\, dz + \lambda_2.$$

Se tiene así:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma} \frac{e^{zx}}{E_2}\, dz \int_0^x e^{-zt} f(t)\, dt + \lambda_1 e^{r_1 x} + \lambda_2 e^{r_2 x} \qquad [32]$$

con r_1 y r_2 interiores a γ, o bien:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk} \frac{e^{zx}}{E_2} \mathscr{L}[f(t)]\, dz + \lambda_1 e^{r_1 x} + \lambda_2 e^{r_2 x}. \qquad [33]$$

con $k > a$; $k > \mathscr{R}(r_j)$; $k > 0$, habiendo tomado $x > 0$.
Supongamos que sea entonces $a > 0$, $b > 0$.
Haciendo:

$$\mathscr{D} = e^{r_1 a + r_2 b} - e^{r_1 b + r_2 a}$$

se encuentra:

$$\lambda_1 = \frac{1}{\mathscr{D}\, 2\pi i}\int_{Bk} [e^{zb + r_2 a} - e^{za + r_2 b}]\, \mathscr{L}[f(t)]\, \frac{dz}{E_2}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{\mathscr{D}\, 2\pi i}\int_{Bk} [e^{za + r_1 b} - e^{zb + r_1 a}]\, \mathscr{L}[f(t)]\, \frac{dz}{E^2}$$

y si introducimos el determinante:

$$\Delta = \begin{vmatrix} e^{zx} & e^{za} & e^{zb} \\ e^{r_1 x} & e^{r_1 a} & e^{r_1 b} \\ e^{r_2 x} & e^{r_2 a} & e^{r_2 b} \end{vmatrix}$$

se tiene:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk} \frac{\Delta}{\Delta_{1,1}\, E_2} \mathscr{L}[f(t)]\, dz \qquad [34]$$

Se observa que la [34] cuando en particular las condiciones de contorno $y(a) = y(b) = 0$ se toman de modo que sea $a = 0$ y se hace tender b a 0 nos da la fórmula ya vista.

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk} \frac{e^{zx}}{E_2} \mathscr{L}[f(t)]\, dz. \qquad [35]$$

En efecto, siendo:

$$\Delta = \begin{vmatrix} e^{zx} & 1 & e^{zb} \\ e^{r_1 x} & 1 & e^{r_1 b} \\ e^{r_2 x} & 1 & e^{r_2 b} \end{vmatrix}$$

se tendrá:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk} \frac{e^{zx}}{E_2} \mathcal{L}[f(t)]\, dz + \frac{e^{r_1 b + r_2 x} - e^{r_1 x + r_2 b}}{e^{r_1 x} - e^{r_2 x}} \int_{Bk} \frac{\mathcal{L}[f(t)]}{E_2} dz +$$

$$+ \int_{Bk} \frac{e^{zb}\, \mathcal{L}[f(t)]}{E_2} dz$$

y para $b \longrightarrow 0$ resulta la [35]. Pero las condiciones $y(0) = 0; y(b) = 0$ para todo $b \longrightarrow 0$ equivalen a las $y(0) = y'(0) = 0$.

Consideremos un pequeño ejemplo de la aplicación de la [34].

Sea la ecuación:

$$y'' - 3y' + 2y = e^{-3x}$$

$$a = 0 \;;\; b = 3.$$

Se encuentra de inmediato: $\mathcal{L}[e^{-3t}] = \frac{1}{z+3}$ luego $k > -3$. Para $x > 0$ la solución es

$$y = \frac{1}{2\pi i(e^6 - e^3)} \int_{Bk} \frac{\begin{vmatrix} e^{zx} & 1 & e^{3z} \\ e^x & 1 & e^3 \\ e^{2x} & 1 & e^6 \end{vmatrix}}{(z-1)(z-2)(z+3)} dz.$$

Tomando $-3 < k < 1$. Por ser $\Delta = 0$ para $z = 1$, $z = 2$ y como es $x > 0$, debe calcularse el residuo en el único punto -3, lo que da, directamente:

$$y = \frac{1}{20(e^6 - e^3)} \begin{vmatrix} e^{-3x} & 1 & e^{-9} \\ e^x & 1 & e^3 \\ e^{2x} & 1 & e^6 \end{vmatrix}$$

Es inmediatamente visible que la y verifica las condiciones impuestas:

$$y(0) = y(3) = 0;\; P_2(y) = e^{-3x}$$

17. — Si a y b fuesen negativos, entonces, en lugar de la [33] para determinar los valores de λ_1 y λ_2 deberíamos haber utilizado la:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk_1} \frac{e^{zx}}{E_2} \mathcal{L}_1[f(t)]\, dz + \lambda_1 e^{r_1 x} + \lambda_2 e^{r_2 x}.$$

y con razonamientos completamente simétricos habríamos llegado a la fórmula que expresa la solución buscada en el caso de que también fuese $x < 0$:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk_1} \frac{\Delta}{\Delta_{1.1} E_2} \mathcal{L}_1 [f(t)]\, dz. \qquad [36]$$

Para: $x > 0$, $a < 0$, $b > 0$, se tendrá:

$$y = \frac{1}{\Delta_{1.1}\, 2\pi i}\left[\int_{Bk} \frac{e^{zx}}{E_2} \Delta_{1.1} \mathcal{L} f(t)]\, dz + \right.$$

$$\left. + \int_{Bk_1} \frac{e^{za}}{E_2} \Delta_{1.2} \mathcal{L}_1 [f(t)]\, dz + \int_{Bk} \frac{e^{zb}}{E_2} \Delta_{1.3} \mathcal{L} [f(t)]\, dz\right]$$

y para: $x < 0$, $a < 0$, $b > 0$:

$$y = \frac{1}{\Delta_{1.1}\, 2\pi i}\left[\int_{Bk_1} \frac{e^{zx}}{E^2} \Delta_{1.1} \mathcal{L}_1 [f(t)]\, dz + \right.$$

$$\left. + \int_{Bk_1} \frac{e^{za}}{E_2} \Delta_{1.2} \mathcal{L}_1 [f(t)]\, dz + \int_{Bk} \frac{e^{zb}}{E_2} \Delta_{1.3} \mathcal{L} [f(t)]\, dz\right]$$

Las últimas fórmulas serían las respectivas partes subsiguientes de la siguiente:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{B} \frac{\Delta}{\Delta_{1.1} E_2} \mathcal{L}_{II} [f(t)]\, dz. \qquad [37]$$

en la que, como es corriente, hemos representado con:

$$\mathcal{L}_{II} [f(t)] = \mathcal{L}_1 [f(t)] + \mathcal{L} [f(t)]$$

a la integral bilateral de Laplace que figura en el primer miembro. Es claro que la [37] sólo tendría sentido en el caso que la abscisa α_1 de convergencia de $\mathcal{L}_1$ fuese mayor que la abscisa α de convergencia de $\mathcal{L}$ ya que $\mathcal{L}_{II}$, como función de z, es convergente dentro de la banda:

$$\alpha < \mathcal{R}(z) < \alpha_1$$

18. — Las fórmulas anteriores son de extensión inmediata para el caso en que, dada una ecuación: $P_n(y) = f(x)$ se desee determinar la solución tal que:

$$\left.\begin{array}{l} y\ (\alpha_{0.1}) = y\ (\alpha_{0.2}) = \ldots = y\ (\alpha_{0.\nu_0}) = 0 \\ y'\ (\alpha_{1.1}) = y'\ (\alpha_{1.2}) = \ldots = y'\ (\alpha_{1.\nu_1}) = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y^{(s)}(\alpha_{s.1}) = y^{(s)}(\alpha_{s.2}) = \ldots = y^{(s)}(\alpha_{s.\nu_s}) = 0 \end{array}\right\} \qquad [38]$$

con $v_0 + v_1 + \ldots + v_s = n$. Además, para estar frente a cualquier caso con respecto a la multiplicidad de los ceros de E_n se podrá suponer que r_1 es de orden $\beta_1 + 1$, r_2 de orden $\beta_2 + 1$, ... y r_m de orden $\beta_m + 1$ debiendo ser: $\beta_1 + \beta_2 + \ldots \beta_m + m = n$. Para todos estos casos la solución estará dada por una expresión igual o deducida de la:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{B_*} \frac{\Delta}{\Delta_{1,1}\, E_n} \mathcal{L}_* [f(t)]\, dz \tag{39}$$

desarrollando Δ por los elementos de la primera fila y tomando el camino B_k y $\mathcal{L}_* = \mathcal{L}$ o B_{k_1} y $\mathcal{L}_* = \mathcal{L}_1$ según que el coeficiente de z, en cada exponencial, sea positivo o negativo, respectivamente.

Antes de precisar la forma especial de Δ en la [39], daré, con objeto aclaratorio, los siguientes ejemplos:

Si en $P_2(y) = f(x)$ fuese $r_1 = r_2$ y $a > 0$, $b > 0$ se tendrá para $x > 0$:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bh} \frac{\Delta}{E_2.\ \Delta_{1,1}} \mathcal{L}[f(t)]\, dz.$$

con

$$\Delta = \begin{vmatrix} e^{zx} & e^{za} & e^{zb} \\ e^{r_1 x} & e^{r_1 a} & e^{r_1 b} \\ x e^{r_1 x} & a e^{r_1 a} & b e^{r_1 b} \end{vmatrix}$$

Se nota que la tercera fila, por ser $r_1 = r_2$, está formada con la derivada, respecto de r_1, de los correspondientes elementos de la segunda fila. Sea el ejemplo:

$$y'' - 2y' + y = e^{-x}.$$

$$r_1 = r_2 = 1.$$

Para tener con $x > 0$: $y(a) = y(b)$ siendo a y b positivos y por ser $\mathcal{L}[e^{-t}] = \dfrac{1}{z+1}$ se tiene:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk} \frac{\begin{vmatrix} e^{zx} & e^{za} & e^{zb} \\ e^{r_1 x} & e^{r_1 a} & e^{r_1 b} \\ x e^{r_1 x} & a e^{r_1 a} & b e^{r_1 b} \end{vmatrix}}{(z-1)^2 (z+1)\ \Delta_{1,1}}\, dz.$$

Como $\alpha = -1$ debe ser $k > 0$ pudiendo tomar $0 < k < 1$, con lo que sólo interviene el residuo en el punto -1 obteniéndose:

$$y = \frac{1}{4\,\Delta_{1,1}} \begin{vmatrix} e^{-x} & e^{-a} & e^{-b} \\ e^{x} & e^{a} & e^{b} \\ xe^{a} & ae^{a} & be^{b} \end{vmatrix}$$

Se verifica de inmediato que es $y(a) = y(b) = 0$ y $P_2(y) = e^{-x}$

Consideremos otro ejemplo. Se pide la solución de $P_2(y) = f(x)$ tal que sea: $y(a) = 0$; $y'(b) = 0$. Tomaré $a > 0$, $b > 0$, $x > 0$.

La solución estará dada por:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk} \frac{\Delta}{\Delta_{1,1}\,E_2}\,\mathcal{L}\,[f(t)]\,dz$$

con

$$\Delta = \begin{vmatrix} e^{zx} & e^{za} & ze^{zb} \\ e^{r_1x} & e^{r_1a} & r_1e^{r_1b} \\ e^{r_2x} & e^{r_2a} & r_2e^{r_2b} \end{vmatrix} \text{ si } r_1 \neq r_2 \text{ o bien}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} e^{zx} & e^{za} & ze^{zb} \\ e^{r_1x} & e^{r_1a} & r_1e^{r_1b} \\ xe^{r_1x} & ae^{r_1a} & e^{r_1b}+r_1be^{r_1b} \end{vmatrix} \text{ si } r_1 = r_2.$$

Sea por ejemplo: $y'' - 4\,y' + 3\,y = e^{-x}$ Para $x > 0$ y las condiciones: $y(0) = y'(2) = 0$ se tiene:

$$y = \frac{1}{2\pi i}\int_{Bk} \frac{\begin{vmatrix} e^{zx} & 1 & ze^{2z} \\ e^{x} & 1 & e^{2} \\ e^{3x} & 1 & 3e^{6} \end{vmatrix}}{(z-1)\,(z-3)\,(z+1)\,\Delta_{1.1}}\,dz.$$

Tomando $0 < k < 1$ se encuentra directamente, calculando el único residuo en el punto -1:

$$y = \frac{1}{8\,\Delta_{1,1}} \begin{vmatrix} e^{-x} & 1 & -e^{-2} \\ e^{x} & 1 & e^{2} \\ e^{3x} & 1 & 3\,e^{6} \end{vmatrix}$$

En general se tendrá, para las condiciones [38]:

$$y = \frac{1}{2\pi i} \int_{Bk_*} \frac{\Delta}{\Delta_{1.1} E_n} \mathcal{L}_* [f(t)]\, dz.$$

siendo la matriz correspondiente a Δ:

$$\begin{array}{cccccccc}
e^{zx} & e^{z\alpha_{0,1}} & \ldots & ze^{z\alpha_{1,1}} & \ldots & z^s e^{z\alpha_{s,1}} & \ldots & z^s e^{z\alpha_{s,v_s}} \\
e^{r_1 x} & e^{r_1\alpha_{0,1}} & \ldots & r_1 e^{r_1\alpha_{1,1}} & \ldots & r_1{}^s e^{r_1\alpha_{s,1}} & \ldots & r_1{}^s e^{r_1\alpha_{s,v_s}} \\
De^{r_1 x} & De^{r_1\alpha_{0,1}} & \ldots & Dr_1 e^{r_1\alpha_{1,1}} & \ldots & Dr_1{}^s e^{r_1\alpha_{s,1}} & \ldots & Dr_1{}^s e^{r_1\alpha_{s,v_s}} \\
 & \cdot & & \cdot & & \cdot & & \cdot \\
\cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & & \cdot \\
\cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & & \\
D^{(\beta_1)}e^{r_1 x} & D^{(\beta_1)}e^{r_1\alpha_{0,1}} & \ldots & D^{(\beta_1)}r_1 e^{r_1\alpha_{1,1}} & \ldots & D^{(\beta_1)}r_1{}^s e^{r_1\alpha_{s,1}} & \ldots & D^{(\beta_1)}r_1{}^s e^{r_1\alpha_{s,v_s}} \\
e^{r_2 x} & e^{r_2\alpha_{0,1}} & \ldots & r_2 e^{r_2\alpha_{1,1}} & \ldots & r_2{}^s e^{r_2\alpha_{s,1}} & \ldots & r_2{}^s e^{r_2\alpha_{s,v_s}} \\
 & \cdot & & \cdot & & \cdot & & \cdot \\
\cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & & \cdot \\
\cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & & \cdot
\end{array}$$

indicando con $D^{(l)} r_i e^{r_i \alpha_{u,v}}$ la derivada l-ésima con respecto a r_i.

Referencias

(1) C. E. Dieulefait. — « Sobre las ecuaciones diferenciales ordinarias a coeficientes constantes y el Cálculo Operacional ». *Anales de la Soc. Cientif. Argentina.* Abril 1945.

(2) N. W. MacLachlan. — « Complex Variable and Operational Calculus ». Cambridge Univ. Press., 1939.

(3) M. Bocher. — « Lecons sur les Méthodes de Sturm. ». Colecc. Théor Fonct. Borel. Paris, 1917.

Instituto de Estadística.
Universidad Nacional del Litoral

SECCION CONFERENCIAS

LA DESMINERALIZACION DE LOS CONTINENTES. CRECIENTE DESEQUILIBRIO PRODUCTIVO Y NUTRITIVO

Conferencia pronunciada por el Dr. ALBERTO BOERGER, *Director del Instituto Fitotécnico y Semillero Nacional « La Estanzuela », Depto. de Colonia, R. O. del Uruguay, en la Sociedad Científica Argentina el día 12 de mayo de 1948.*

Señor Presidente, Señoras y Señores:

1. *El equilibrio como principio de estabilidad en la Naturaleza* constituye sin duda alguna, un fenómeno conocido para mi ilustre auditorio. Partiendo pues, de las ideas filosóficas que sobre el particular dejara sentadas Heráclito, el obscuro de Efeso, en los comienzos lejanos de nuestra civilización de Occidente, me limito a ejemplificar el tópico con referencias a algunos de los sistemas energéticos del reino natural fácilmente palpables y por demás sugestivos.

El nombrado filósofo griego, reflexionando sobre el eterno fluir y devenir de las cosas, el « πάντα ῥεῖ » (todo fluye y cambia sin cesar) desenvuelve las ideas de la enantiodromía o sea el cambio sucesivo de los opuestos, lo que en el terreno de las energías dinámicas, origina el equilibrio. Sin limitarse a las cuestiones espirituales como bien y mal, suave y vehemente, generoso y avaro, etc., variando su concepto cardinal o « leitmotiv » del fuego como elemento cambiante sin cesar que, sin embargo, conserva invariablemente su aspecto de fuego como proceso uniforme, señala y comenta antagonismos de toda índole, con inclusión también de cuestiones vulgares de la vida diaria. Todo es perpetua fluencia y lucha, un eterno movimiento y devenir interminable como premisa del equilibrio, sea en el correr del agua, en el movimiento de los astros y otros sistemas energéticos que se nos presentan.

En el Mundo infinito e inconmensurable de la Astronomía observamos a nuestro sistema solar como ejemplo de un equilibrio

grandioso, dilucidado como tal a través del descubrimiento de la Ley de Gravitación por Newton, familiar a todo hombre instruído. El micro-cosmos a su vez, en un polo opuesto nos ofrece el caso del átomo, que según el concepto moderno representa un sistema solar en miniatura, en el cual el movimiento incesante de los electrones positivos y negativos sostiene un campo energético equilibrado, ubicado sobre los límites indecisos y fluctuantes de la Física y de la Química.

El principio de la equivalencia entre el calor y el trabajo mecánico establecido por primera vez por Julio Roberto Mayer en base a sus observaciones en la sangre humana en un viaje a la región tropical de la isla Batavia y luego dilucidado por otros, para ser finalmente transformado en la Ley de la conservación de la energía por el gran físico M. Planck, constituye otro ejemplo respecto a la presencia de sistemas equilibrados en el reino natural. En este caso se trata de un sistema energético especialmente interesante, en virtud de encontrarse afectadas energías físicas y biológicas al mismo tiempo, resultando, pues, a raíz de la equivalencia entre el calor, tanto externo como interno, y el trabajo mecánico, al cual están sometidos todos los procesos vitales, un valioso ejemplo respecto a la tendencia de la Naturaleza de llegar hacia sistemas equilibrados.

A los equilibrios del reino inorgánico corresponden engranajes dinámicos y conjuntos estáticos semejantes en el mundo de la Biología. Los atisbos microscópicos en citología nos enseñan un proceso maravilloso de la combinación y recombinación factorial de la substancia hereditaria de los cromosomas. Son bien conocidas las figuras bipolares que se originan en torno del proceso de la separación y unión de la substancia hereditaria femenina y masculina en el núcleo celular, expresión de fuerzas de repulsión y atracción que invariablemente tienden al equilibrio, orginando en este caso la continuidad y por ende la estabilidad, en renovación eterna, de la vida.

Al mismo terreno de la Biología pertenecen los conjuntos de vegetación equilibrada que constituyen la regla en todas las asociaciones de la flora y fauna en su estado prístino. Tanto la flora de las selvas vírgenes como también la asociación botánica de los herbazales naturales, constituyen el resultado de la acción de las fuerzas antagónicas integrantes del sistema energético « suelo-clima-

planta », concepto establecido como tal y dilucidado en los sucesivos capítulos del primer tomo de mis « Investigaciones Agronómicas ».

Como resultante de este juego complejo del engranaje factorial que rige el proceso vegetativo, existen por todas partes las asociaciones vegetales o sea sinecias, las cuales, conjuntamente con la fauna del caso, constituyen el ambiente biológico de los « habitats ». Registramos así, valiéndome de los conceptos de la ecología moderna, « espacios ecológicos » como resultado del juego de fuerzas antagónicas, causantes a su vez de un conjunto equilibrado de la flora y fauna ajustado a las respectivas condiciones ambientales.

También en las cuestiones orográficas de la Geología que interesan directamente en relación con nuestro tema, comprobamos la presencia del mismo principio. Las elevaciones montañosas del globo, desde el comienzo de su formación por las grandes fuerzas orogénicas del volcanismo y sucesos sísmicos con inclusión de los grandes cataclismos transformadores de la faz de los Continentes, desde el momento de su nacimiento tienden, a través de los distintos procesos del desmoronamiento y transporte de la materia suelta, a la nivelación o sea al equilibrio estático. Como efecto final del aludido proceso tenemos a nuestra vista las vastas llanuras ríoplatenses formadas por sedimentos fluviales o eólicos. Las superficies levemente onduladas que registramos como característica del paisaje uruguayo, y el de la adyacente provincia argentina de Entre Ríos, constituyen una fase predecesora al equilibrio final. En el lenguaje geológico se suele hablar de formaciones seniles, lo que en nuestro caso equivale al hecho ya consumado o por producirse pronto, del equilibrio estático que se refleja en el aspecto de la nivelación paulatina de la superficie terrestre.

Desde este mismo punto de vista orográfico de la Geología que suele contemplar el tremendo proceso de la erosión en su aspecto destructivo, nuevamente se nos presenta la tendencia hacia el equilibrio. En efecto, las partículas arenosas originadas en largos espacios de tiempo como producto final de la descomposición de las rocas, inclusive las más consistentes, materias depositadas finalmente en otros lugares por las grandes fuerzas de las aguas pluviales o del viento, dan origen a nuevas formaciones. Este proceso de destrucción y construcción, si bien invariablemente tuvo lugar durante los largos espacios de los períodos geológicos anteriores, cuyo

total se estima en más de dos mil millones de años solares, está a la vista con toda nitidez también en el período actual del cuaternario con sus formaciones aluviales y eólicas de reciente data. En nuestro orden de ideas sobre la resultante de fuerzas antagónicas en eterno movimiento, tenemos, pues, nuevamente un sistema equilibrado.

Y finalmente registramos el mismo principio del equilibrio también en el terreno de la insuficiencia mineral para los animales, inclusive el hombre, nuestro tema. El concepto de los « espacios ecológicos » expresado líneas arriba, tiene validez también para esta clase de sucesos en el reino natural. En épocas anteriores, cuando la aglomeración de seres humanos en los distintos continentes con las consiguientes necesidades de sustento eran menos abultadas, el libre juego de las fuerzas naturales condujo al equilibrio. Regiones con escasez de determinada clase de minerales requeridos por alguna especie animal sólo soportaban lo adecuado o sea lo que realmente podían. La escasez de alimentos y deficiencias minerales que pudieran resultar después de algún tiempo, especialmente a raíz de cambios climáticos, originaron, a través de la lucha por la vida, la sobrevivencia de las especies perfectamente adaptadas, en número no superior al potencial productivo de los respectivos espacios ecológicos. Las migraciones condujeron una parte de los integrantes de la fauna silvestre inclusive los predecesores de los animales domésticos de hoy, a regiones más propicias. Otros habrán perecido bajo la ley inexorable de la lucha por la vida, al no encontrar los elementos necesarios para la formación, durante las generaciones sucesivas, de sus esqueletos y el mantenimiento normal de los procesos vitales en conjunto. Se estableció, pues, el equilibrio por la misma fuerza de las circunstancias.

A medida que la población humana del globo terráqueo ha venido aumentando, con el agravante de mayores exigencias también respecto al nivel de vida, faltando al mismo tiempo la lucha por la vida en la forma anterior como principio biológico regulador de la densidad de la población en los respectivos espacios ecológicos, el equilibrio anterior desapareció, dando paso a un desequilibrio progresivo. Justamente en nuestro período de la superindustrialización debido a factores inexistentes anteriormente, el referido desequilibrio viene tomando caracteres graves, según lo veremos en partes posteriores de la disertación.

2. *La desmineralización como proceso geológico corriente* constituye un fenómeno involucrado en el ya mencionado fenómeno de la desintegración de las cordilleras y de toda clase de elevaciones terrestres. Con la primera lluvia que después de algún proceso orogénico caiga sobre alguna de ellas que pudiera carecer de la consistencia extrema de rocas basálticas, graníticas y otras de formación ígnea, o sea con aguaceros que se precipiten sobre cenizas, arenas, concreciones salinas, etc., se originan, conjuntamente con los arrastres fluviales, también procesos de desmineralización. Se trata de la erosión en el sentido amplio que corresponde al concepto en el lenguaje científico de la Geología. Los fenómenos de los arrastres pluviales y del transporte eólico de arenas movedizas inclusive nubes de polvo, en virtud de ser fácilmente accesibles también a los profanos, han desviado la atención del público general hacia estos aspectos parciales de la erosión.

Pese al alcance más restringido que debido a la circunstancia anotada se suele dar al concepto de referencia, el proceso de la erosión abarca invariablemente también la modalidad de la desmineralización. Oriunda de la voz latina «erosio» equivalente a roedura, la palabra castellana «erosión» significa en el lenguaje vulgar la depresión o rebajamiento producido en la superficie de un cuerpo por el roce de otro. En la terminología geológica tiene el sentido de un desgaste lento de alguna cosa que se consume como si fuese roída. En esta acción consumidora queda involucrada también la del derrubio que implica la conducción de materias a través del agua pluvial, en nuestro caso, pues, también de substancias minerales. Este proceso empero no queda limitado al movimiento superficial de las aguas, sino se produce igualmente bajo la tierra, la cual queda así «lavada», o sea despojada de partículas finitas, arenas, formadas por la desintegración de la roca inclusive las substancias minerales en parte diluídas químicamente y conducidas luego por el agua.

Las formaciones salinas, fácilmente solubles por el agua, quedan inmediatamente accesibles a la acción erosiva de las precipitaciones con la consiguiente desmineralización. El agua de las lluvias, prácticamente libre de sales y otros ingredientes, posee un gran poder disolvente. Si bien al principio absorberá sólo sales minerales fácilmente solubles en agua, como las aludidas aglomeraciones y yacimientos salinos (potasa, sal común, salitre de Chile como cuestión

que interesa especialmente en nuestro continente), bien pronto las lluvias y aguas subterráneas se llevarán también sales y otras substancias minerales que pudieran resultar más difíciles de disolver. Estas, al no ser solubles directamente en agua, deben haber pasado por procesos disolventes químicos, los cuales, en combinación con la ya referida desintegración física de la roca, dejan libradas las substancias minerales a la acción de las aguas pluviales.

En cuanto a la desmineralización del suelo como substrato de la producción vegetal y de ahí la nutrición animal y humana, es innegable que los procesos erosivos afectan también directamente a la capa vegetal respecto a su contenido en materias minerales imprescindibles para las plantas y por ende la nutrición animal. Señalo especialmente las materias fosfatadas y calcáreas y también los elementos de vestigio (trazas), los cuales, en muchos casos son tan imprescindibles, aunque en cantidades mínimas, como los elementos básicos requeridos en mayor cantidad. Respecto a la substancia calcárea interesa, a título de ejemplo, el hecho de que el carbonato de calcio, prácticamente insoluble en agua destilada, queda disuelto con la presencia de ácido carbónico libre, precipitándose al perderlo. En las rocas calcáreas de la marga, las cuales contienen conjuntamente con carbonato de calcio también arena y arcilla, la substancia calcárea queda supeditada en primer término a la acción de procesos químicos, los cuales dejan desintegrada la contextura mineral, abriendo camino así a la erosión física. Uno de los casos anteriormente aludidos de la acción química y física combinadas, como causal de la desintegración mineral y el transporte de la substancia por la erosión pluvial.

Con todo, a esta forma de desmineralización de la tierra firme no atribuyo mucha importancia en su vinculación con la idea directriz de nuestro tema, o sea la provocación de desequilibrios inquietantes para la producción y la nutrición. Salvo casos excepcionales, los cuales han de quedar limitados a superficies más o menos reducidas en relación con las vastas extensiones destinadas a la producción agropecuaria, esta modalidad de desmineralización natural no ofrece aspectos alarmantes. Más bien al contrario, la misma vegetación se encarga, por la acción física, química y biológica del sistema radicular en conjunto, de abrir acceso a substancias minerales del subsuelo, llegando a veces a profundidades considerables y contribuyendo de esta manera a atenuar y conjurar por

completo el peligro de la desmineralización, a lo menos en las condiciones de la flora y fauna silvestres, libres aún de la intervención utilitaria del hombre.

El asunto cambia de aspecto al considerar períodos prolongados supeditados a la acción de cambios climáticos de importancia, como por ejemplo los que originaron la transformación de vastas superficies terrestres, otrora fértiles y cubiertas de vegetación exuberante, en regiones semidesiertas o completamente estériles. En nuestro orden de ideas, la escasez o falta absoluta de agua interesa más bien respecto a su función como agente de la erosión pluvial y líquido requerido para las referidas reacciones químicas. Los desiertos de Africa septentrional, por ejemplo, inclusive el Sahara, durante el período glacial habrán sido una región sometida a precipitaciones por la acción tormentosa de los meteoros. A medida que el hielo se retirara hacia el norte, el clima se modificó, cambiando totalmente al « habitat » vegetal y animal de las aludidas regiones, con la consiguiente repercusión también sobre la población humana de aquellos períodos prehistóricos. Sucesos análogos se registran para todos los continentes.

Sin perderme en detalles, me limito a señalar el efecto de estos sucesos sobre la desmineralización como proceso geológico corriente que aquí nos interesa. Los cambios de clima, o mejor dicho los desecamientos de regiones más o menos extensas, con sus consecuencias funestas para la flora y fauna por el sólo hecho de la merma y, en casos extremos, la ausencia total de las precipitaciones, repercuten al mismo tiempo en forma intensa sobre el contenido de la capa vegetal en sales solubles. Se trata de un fenómeno fácilmente palpable también en el presente. La osteomalacia de los animales de pastoreo, como mal causado por la escasez de substancias fósforo-calcáreas en las pasturas, aumenta en períodos de sequía. Las plantas encuentran dificultades para la obtención, en cantidad suficiente, de la substancia fosfatada desde el suelo, lo que repercute, desde luego, sobre el organismo animal.

En los aludidos casos el desecamiento de regiones cubiertas con vegetación exuberante, especialmente herbazales, se originaron pues, además de la merma de producción debido a la escasez o ausencia total del agua, perjuicios adicionales causados por la mineralización insuficiente de los vegetales y de ahí de los animales. Se trata de algo así como una desmineralización indirecta del respectivo am-

biente productivo. Declinó la disponibilidad de los minerales fácilmente accesibles a las plantas a raíz de una menor solubilidad, acentuada aun más por la mayor dificultad en recurrir a las reservas del subsuelo, de por sí menos solubles, debido al menor vigor de las raíces, especialmente de las plantas anuales.

En las condiciones del juego libre de las fuerzas antagónicas de la naturaleza que reinaba en los aludidos períodos prehistóricos, esta forma de una desmineralización indirecta no provocó, sin embargo, un desequilibrio productivo y nutritivo generalizado y menos aún los aspectos inquietantes como los del presente, que me propongo señalar, como punto culminante de esta disertación, en párrafos posteriores. La lucha por la vida en tales ambientes productivos de la prehistoria, transformados de repente en forma radical por el desecamiento, habrá ocasionado, sin duda alguna, la mortandad en gran escala de animales de mayor volumen y aun muchos de los de tamaño menor. Surgió, en cambio, una nueva fauna, menos exigente y también menos numerosa, capaz de satisfacer sus necesidades alimenticias con arreglo a las nuevas condiciones de vida, también respecto a la substancia mineral.

Pudo salvarse igualmente una buena parte de la fauna más exigente de antes, a través de las migraciones, recurso usado en aquellos tiempos corrientemente también por el hombre primitivo. Tanto los animales como las tribus nómades prehistóricas, acostumbradas de por sí a cambiar constantemente de comarca, según sus necesidades y conveniencias alimenticias, iban pues, ante sucesos catastróficos como los aludidos, en busca de regiones más propicias. En los referidos períodos prehistóricos esto resultaba relativamente fácil, debido a la menor densidad de la población, tanto animal como humana, ésta diezmada constantemente por la lucha por la vida, guerras, migraciones y epidemias. En sus migraciones en pos del sustento, el hombre primitivo cambió de comarca. En ningún caso, pues, a lo menos antes de la iniciación de la agricultura, forzó a la tierra como substrato productivo, a darle más de lo que naturalmente podía ofrecerle.

Posteriormente, en cambio, bajo la presión de una población en constante aumento, el hombre se vió obligado a romper el cerco trazado a sus posibilidades alimenticias, recurriendo a la explotación utilitaria del suelo en forma cada vez más generalizada e intensa, con la consiguiente desmineralización agotadora de tierras

pobres en una u otra clase de minerales importantes o imprescindibles para la nutrición equilibrada, tanto de plantas y animales, como también del género humano.

3. *La desmineralización bajo la acción utilitaria del hombre*, contrariamente a lo expresado en el capítulo anterior respecto al estado de las cosas bajo el imperio de la desmineralización como proceso geológico corriente, suele tener consecuencias serias y hasta funestas en casos graves. Si bien el agotamiento, en fecha más o menos cercana, de determinados yacimientos minerales requeridos para fines industriales como zinc, cobre, etc., significa un aspecto de desmineralización digno de tenerse en cuenta, prescindo en absoluto de este punto. Otros yacimientos minerales que interesan directamente en su relación con la agricultura como los fosfatos, la potasa y el salitre de Chile, inclusive también algunos elementos de vestigio, respecto a su vinculación con la explotación agropecuria, representan recursos de reserva. A ellos ha de recurrirse pues, no sólo ya con el objeto de conservar la capacidad productora de tierras pobres, sino también para poner remedio a los casos graves de una desmineralización alarmante con su repercusión sobre el desarrollo normal y la salud de los animales y por ende el hombre.

Limitándome, pues, en principio, a la consideración de nuestro problema en las vastas superficies destinadas a la explotación agropecuaria inclusive la forestal, he de dedicar preferente atención a la desmineralización de los suelos agrícolas en substancias fosfocálcicas, cuestión ésta que ofrece aspectos alarmantes fácilmente palpables también en estos países ríoplatenses. No por eso dejo de apreciar igualmente, en todo su alcance, la importancia de la presencia, en cantidades suficientes, de otros elementos. Cito, pues, además de los ya mencionados, o sea el fósforo y calcio, también al nitrógeno, potasio, magnesio, hierro y azufre como elementos principales imprescindibles, los cuales son necesarios en cantidades relativamente elevadas. A ellos cabe agregar aún los llamados elementos « de utilidad »: sodio, cloro, silicio, aluminio y manganeso, y los « de vestigio » (trazas): cobre, cobalto, boro, yodo, bromo, molibdeno y zinc. Estos últimos para algunos cultivos son tan imprescindibles como los del primer grupo, aunque sea en cantidades mínimas.

La desmineralización de las tierras sometidas a la explotación rural constituye un problema viejo. Los animales de pastoreo extraen a través de las plantas ingeridas substancias minerales del suelo. Estas, al ser destinadas a la alimentación humana serán devueltas sólo en parte y frecuentemente para nada, al terreno del cual fueron extraídas, originando así el proceso de la desmineralización. El pastoreo de tierras ricas, por lo general, deja de originar consecuencias graves, ya que las plantas suelen encontrar en el subsuelo reservas suficientes para seguir produciendo año tras año, una vegetación pastoril abundante, en la cual no faltan tampoco las substancias minerales requeridas por el organismo animal para su desarrollo y funcionamiento normal.

El problema cambia de aspecto al extenderse la explotación pastoril a tierras mediocres o pobres. A éstas deben agregarse también los suelos, cuyas reservas minerales son difícilmente accesibles a las pasturas, sea que los minerales se encuentren en forma insoluble o sea también, que la solubilidad disminuya temporariamente, debido a la ausencia o escasez de precipitaciones, según lo dejé señalado en el capítulo anterior. Lógicamente el problema se agrava toda vez que tales tierras sean recargadas de animales, lo que significa pretender extraer de ellas más de lo que puedan dar.

Sea como sea, cada vacuno de 500 kg de peso vivo, extrae del suelo para la formación de su esqueleto aproximadamente 19 kg de substancia fosfatada y 25 kg de materia calcárea. Este drenaje sin cesar, a la larga no deja de repercutir sobre la producción animal en países ganaderos como los ríoplatenses, donde durante casi cuatro siglos se viene registrando el hecho apuntado. Circunstancias especiales, como el desarrollo cada vez más auspicioso de la industria frigorífica y otros factores que señalaré en párrafos posteriores, se juntaron para acentuar aun más este drenaje ininterrumpido de valiosa substancia mineral. Proporcionalmente participan en él también los demás animales domésticos inclusive la fauna silvestre. Desde luego, en condiciones normales y más aún en tierras ricas como las de vastas superficies de algunas provincias argentinas, especialmente en las regiones donde prospera la alfalfa que recurre en pos de sus elementos nutritivos a grandes profundidades del subsuelo, esta desmineralización de hecho no constituye un proceso alarmante. La substancia extraída de la tierra será repuesta desde las reservas del subsuelo.

En el capítulo anterior dejé dicho ya, que el creciente aumento de la población del globo terráqueo obliga al hombre, respecto a sus animales domésticos, a criarlos también en tierras pobres, carentes frecuentemente de uno u otro de los minerales requeridos para la formación del esqueleto o el funcionamiento normal del organismo. Hay más aún, la creciente demanda por productos animales de toda clase, especialmente la carne y la leche, originó un proceso de marcada intensificación productiva, que repercute sobre la desmineralización. No sólo se pretende criar un mayor número de animales por unidad de superficie, sino también lograr una más frecuente renovación de los stocks. Es decir, cuando en épocas anteriores, bajo el régimen de la cría de los animales criollos, el vacuno tenía cinco y más años para completar la formación total de su esqueleto, carne y cuero, como artículos destinados a la exportación, se pretende actualmente reducir cada vez más la duración del proceso nutritivo. Como caso extremo señalo el de la cría forzada de los animales tiernos destinados a la obtención del « baby beef ».

El mismo fenómeno se registra respecto a la reducción del proceso de la reproducción. Tanto los toros como las hembras, inician sus funciones reproductivas a una edad más corta. Es éste un aspecto de la domesticación, que se registra como tal en toda su historia, con la consiguiente influencia sobre la formación de los esqueletos. Los animales silvestres no eran tan precoces como sus congéneres después de la domesticación. Disponían así de un mayor número de años para la extracción de lo necesario desde el suelo. Al mismo tiempo el ya mencionado recurso de la « migración », actuó como factor de alivio para suelos pobres. El consumo de minerales bajo el régimen de una mayor precocidad es mayor. Por las razones fisiológicas se originan finalmente, bajo el imperio de la precocidad, necesidades adicionales de la hembra tanto para la formación del feto, como para la cría del recién nacido durante el período de la lactancia.

Desde el punto de vista más amplio de la desmineralización de los continentes, la situación en regiones netamente ganaderas viene empeorando cada vez más aún debido al pastoreo abusivo, sea éste motivado por el afán del lucro o por la dura necesidad, como en vastas superficies de África, donde los nativos se han visto reducidos considerablemente en la disponibilidad de sus tierras de pastoreo.

El pastoreo exagerado favorece la erosión no sólo por la destrucción de la capa vegetal protectora del suelo, inclusive arbustos como alimento de los caprinos, muy difundidos en las aludidas regiones, sino también por la formación de senderos, tan temibles como puntos de partida de la erosión pluvial en terrenos pendientes. De suerte que, además del ya señalado acrecentamiento de la extracción de minerales, éstos son arrastrados por la erosión, sea como partículas de arena fina o sea lo mismo en forma diluída por las aguas superficiales y subterráneas.

Con todo, tanto los efectos de la erosión como de la desmineralización en sí,son mucho más pronunciados en la explotación agrícola del suelo, siempre que no se tomen contramedidas. Conocemos el agotamiento más o menos rápido en substancias minerales y desde luego también en materia orgánica, de cualquier terreno sometido durante algún período a la agricultura. En épocas anteriores, cuando abundaba la tierra, se trató de remediar este desgaste, dando descansos periódicos al suelo cultivado a través del barbecho, la transformación de la tierra agotada en campos de pastoreo y predios forestales. Fué éste el procedimiento usado durante miles de años en la agricultura de Occidente. Pero aún así y también con el agregado del estiércol reunido en establecimientos ganaderos con estabulación y otros abonos orgánicos como el compost, el efecto de la desmineralización se hacía sentir cada vez más. Cosechas por lo general pobres, años de penuria y periódicamente de hambre verdadera, fueron los síntomas de esta desmineralización. Este agotamiento se acrecentó a medida que la densidad de la población obligaba a recurrir a tierras pobres y reducir la superficie destinada al descanso periódico.

El mérito de los investigadores en la fisiología de la nutrición vegetal de principios del siglo XIX como de de Saussure, Boussingault y sobre todo von Liebig, investigaciones que culminaron con la aparición, en 1840, de la obra clásica de Liebig sobre la química en sus aplicaciones a la agricultura y a la fisiología, consiste en haber demostrado, que los vegetales, además de las materias orgánicas y las substancias gaseosas del carbono y oxígeno oriundas del aire, necesitan también de minerales para el proceso de la asimilación. Surgió así la práctica del abonado químico, la cual, difundiéndose rápidamente en los países europeos, fué el factor decisivo no sólo para llegar a los rendimientos elevados que se registran en la agri-

cultura intensiva de aquellos países, sino también para estabilizar la producción a través de una mayor seguridad de la cosecha.

En los países nuevos, en cambio, con su agricultura esquilmante sin empleo de abono alguno en la labranza extensiva, la desmineralización sigue siendo uno de los factores decisivos respecto al descenso más o menos rápido de los rendimientos, según las circunstancias. Es la consecuencia del agotamiento del suelo en sales minerales conjuntamente con la destrucción rápida de la materia orgánica no menos importante que la alimentación mineral de las plantas, para lograr así la producción exuberante que fué la característica de las tierras vírgenes. Respecto a este punto existe criterio formado. Salvo los casos excepcionales de una abundancia prácticamente inagotable de minerales solubles, el empobrecimiento de las tierras agrícolas en elementos minerales viene tomando aspectos graves y hasta alarmantes en muchas comarcas de los países nuevos. En cuanto a su repercusión sobre la producción y nutrición animal, con síntomas bien palpables por todas partes, tomaré motivo de señalarlos en el capítulo subsiguiente.

Con el objeto de documentar esta amenaza de un cercano agotamiento prácticamente total de suelos mediocres y más bien pobres en substancia fosfatada, recurro al caso del Uruguay explicado detalladamente en el primer tomo de mis « Investigaciones Agronómicas ». Aproximadamente el 80 % de los suelos uruguayos, en la capa superficial de 0,25 cm, que es la principal para la nutrición de las plantas anuales y las de pastoreo, contienen sólo 2438 kilogramos de P_2O_5 por hectárea. Suponiendo rendimientos constantes en una rotación agrícola continuada, el « recurso natural » de esta capa alcanzaría, pues, solamente para 195 años. Aunque en la realidad del proceso productivo no han de faltar casos, en que los vegetales puedan recurrir fácilmente a las reservas más profundas u otros, en que por cualquier circunstancia el agotamiento sea menos rápido, no por eso el problema cambia en su aspecto substancial. Es decir, el Uruguay sería amenazado por un agotamiento desde ya inminente de sus tierras en substancias fosfatadas, ya que un período de sólo dos siglos en la historia agrícola representa un lapso insignificante.

Situaciones análogas se encuentran también en otras regiones del continente con una capa vegetal frecuentemente aún más finita que la precitada, especialmente en las pendientes rocosas. Y aún en tie-

rras notoriamente feraces de la región subtropical, la desmineralización ha tomado caracteres graves, como lo prueba una publicación de Theodureto de Camargo, a la sazón director del Instituto Agronómico de Campinas, en la cual habla de las tierras paulistas « cansadas, agotadas por una agricultura irracional, durante algunas decenas de años ». F. Rawitscher a su vez, en un trabajo reciente sobre el agotamiento de suelos tropicales debido a la desforestación, aparecido en 1946 en « Acta Trópica » de Basilea, presenta un ejemplo especialmente instructivo. En las tierras notoriamente más fértiles del Estado de São Paulo situadas cerca de Riberão Preto, se ejecutaron determinaciones de las principales substancias minerales y también humus, primeramente en el momento de iniciarse en ellas la plantación del café y luego después de 22 años de su cultura continuada. Limitándome a la capa vegetal de 30 cm y a datos sobre el fósforo, la potasa y calcio como sales imprescindibles, registramos descensos que equivalen a una merma de 53, 77 y 93 % respectivamente de las cantidades iniciales de las mencionadas substancias. Si bien en el caso del fósforo hay que tener presente, que una parte del mismo queda depositada luego en forma insoluble en capas inferiores y por ende no definitivamente perdida, se trata, sin duda alguna, de un ejemplo impresionante de la desmineralización, documentado a través de la investigación metódica.

En forma semejante se registra una desmineralización más o menos pronunciada en todos los países del continente, como se desprende con toda claridad de las publicaciones técnicas aparecidas tanto en los países situados sobre el Atlántico y el mar Caribe, como también en las naciones cuyos sistemas fluviales convergen hacia el Pacífico. Pero también en los otros continentes, (salvo el caso de la agricultura milenaria de algunos países asiáticos, como China y Japón) especialmente en los nuevos, la desmineralización avanza. Sus síntomas son palpables a través del desequilibrio productivo y nutritivo que se registra, aunque con diferencias de grado, en todos los continentes.

4. *El desequilibrio productivo y nutritivo* constituye la consecuencia inevitable de la escasez, o, en casos graves, de la ausencia total de substancias minerales « imprescindibles » para llegar a un desarrollo « equilibrado » de las plantas y de ahí de los animales y el hombre que ingieren productos vegetales carentes de ele-

mentos vitales para la constitución y el funcionamiento normal del organismo.

En cuanto a la producción vegetal, dejé anotado ya en el capítulo anterior, que el descenso paulatino de los rendimientos unitarios, frecuentemente será un síntoma inconfundible de la insuficiencia de minerales indispensables. Se trata de la manifestación práctica de la conocida ley del mínimum de Liebig, refinada por Baule, Mitscherlich y otros. El resultado de la producción vegetal depende del factor que se halla en cantidad menor. Al escasear uno de los minerales que la planta necesita para su desarrollo pletórico y por ende un rendimiento elevado, éste no será alcanzado. La producción se ajusta a las posibilidades involucradas en la presencia insuficiente de un sólo constituyente indispensable para el funcionamiento equilibrado del engranaje asimilador. La cosecha resultará pobre. A medida que se acentúa la escasez, aunque de uno sólo de los minerales imprescindibles, los rendimientos siguen bajando. Se trata de una cuestión actualmente tan conocida hasta por los legos en la materia, que su simple enunciado bastará para traer a la memoria estas cuestiones en torno del desequilibrio cuantitativo de la producción vegetal, como consecuencia, en buena parte, de la desmineralización del suelo.

Como problema menos conocido entre el público en general, pero no por eso menos importante, se presentan las consecuencias de una mineralización insuficiente de las plantas en el aspecto cualitativo de la producción vegetal. La ausencia de algunos minerales provoca en ellas descoloraciones de distinta índole, clorosis, madurez prematura y deformaciones de las hojas y de otros órganos vegetales inclusive sus frutos. Estos defectos de la producción presentan un problema especialmente serio en la fruticultura y horticultura, motivo para que los especialistas le vienen dedicando creciente atención. No por eso tales síntomas pasaron desapercibidos en fechas anteriores, conociéndose perfectamente las manifestaciones de la insuficiencia de potasio en la remolacha azucarera y la papa y del calcio en la colza, para señalar tan sólo algunos de los casos bien esclarecidos de las plantas del gran cultivo. Actualmente, las investigaciones pertinentes son orientadas preferentemente hacia la dilucidación de los detalles respecto a la insuficiencia de elementos de vestigio, cuya presencia, aunque en cantidades mínimas, según ya lo dejé enunciado antes, es indispensable para producir productos

« equilibrados », en este caso inapelables respecto a su calidad. Existe al respecto una literatura cada vez más copiosa, en la cual suelen encontrarse también fotograbados en colores de casos típicos de esta clase de deficiencia mineral, ilustraciones que no dejan de impresionar profundamente a cualquier persona capaz de interpretarlas en su verdadero alcance como documentación gráfica de tales desequilibrios.

No menos importantes que los aludidos desequilibrios de la producción vegetal, resultan las deficiencias minerales para el organismo animal y humano, aspecto del problema que cae más bien bajo el concepto: *desequilibrio nutritivo*. Se trata de una cuestión seria, conocida en todos los continentes. Por razones que he de presentar en el capítulo subsiguiente, el problema se viene agravando rápidamente en los países de explotación esquilmante, entre ellos también los de nuestro continente, motivo adicional para atraer la atención de mi ilustre auditorio hacia estas cuestiones.

Los síntomas de tales desequilibrios nutritivos son bien claros y familiares a los hombres de campo que trabajan en comarcas afectadas por una u otra clase del mal. La susceptibilidad de las distintas especies animales difiere según la exigencia típica de ella. Algunas reaccionan con mayor intensidad ante la escasez de substancias fosfo-cálcicas, otras sufren más bien la escasez del hierro, del yodo y otros minerales, inclusive los de vestigio. El fósforo y el calcio, o ambos a la vez, constituyen sin duda alguna los elementos que con mayor frecuencia escasean en muchas partes del globo, encontrándose en todos los continentes superficies más o menos extensas, pobres en estos minerales.

En virtud de que las substancias calcáreo-fosfóricas constituyen ingredientes indispensables para la formación del esqueleto animal, la escasez de cualquiera de ellos impide el crecimiento normal de los huesos. Ambos minerales son necesarios igualmente para los procesos del metabolismo. Sin perderme en detalles, señalo la aparición frecuente de la osteomalacia, osteoporosis, hipocalcemia y otras enfermedades originadas por la insuficiencia de los referidos elementos. En cuanto al grado de intensidad con que su escasez se pone de manifiesto en las principales especies de los animales domésticos, las consecuencias siguen disminuyendo desde los bovinos que la sufren más intensamente, el grupo de ovinos y caprinos en los cuales ya son menos acentuadas, luego suinos y finalmente los equinos.

Con todo, también en esta última de las especies nombradas se registran las consecuencias de la insuficiencia fosfo-cálcica, como lo evidencia la degeneración de los caballos de raza traídos desde Inglaterra hasta las Islas Malvinas, en donde sus descendientes no alcanzan un tamaño mayor que el de los llamados « poneys ». En cuanto a los suinos, señalo casos registrados en las colonias instaladas en las regiones montañosas del Estado de Santa Catharina, Brasil, documentados en la literatura; me refiero a la gran debilidad morbosa de los huesos que son tan blandos, que hasta las canillas de los jamones curados se cortan fácilmente con el cuchillo. En una gran parte del oeste de Escocia, con una escasez notoria del suelo en calcio y en fósforo, el ganado lanar sufre de hipocalcemia, registrándose un índice elevado de mortandad entre los corderitos debido a ella. En las regiones más áridas de Africa y Australia, la escasez de substancias calcáreo-fosfóricas origina la osteomalacia de los bovinos, problema al cual, debido a su importancia también en estos países sudamericanos, me propongo dedicar algunas consideraciones aparte en párrafos posteriores.

La falta de hierro que se registra en algunas partes de Nueva Zelandia, origina la anemia progresiva de los animales de pastoreo. Estos se tornan cada vez más flacos para perder finalmente el dominio de sus miembros. Al escasear el yodo, como sucede en los llanos del Canadá y de Estados Unidos, los animales domésticos sufren la dilatación de la tiroides, originando el llamado bocio, nexo causal éste que pese a opiniones contrarias, debido a la dilucidación aún incompleta de la etiología del mal, sigue siendo aceptado como el más plausible. La escasez de yodo repercute marcadamente también en la especie suina, registrándose casos en que los lechones recién nacidos pierden todo su pelo y apenas sobrevive alguno de ellos. Indudablemente ejemplos bien instructivos respecto al desequilibrio nutritivo como consecuencia de la desmineralización.

Volviendo al punto de la osteomalacia, señalo brevemente algunos de los síntomas. En casos típicos los huesos de los animales enfermos se ablandan, hinchándose las articulaciones. Luego las reses enfermas adelgazan, quedando débiles y con dificultad para moverse, caminando torpemente. Las pezuñas se alargan, siendo frecuente la esterilidad y el aborto, ya que la hembra no dispone de reservas suficientes para el feto y luego para la cría del recién nacido, siendo las vacas generalmente las más seriamente afectadas

por el mal. Los animales enfermos suelen devorar con avidez osamentas de reses muertas desparramadas en los campos de pastoreo. Síntomas todos éstos bien conocidos a los campesinos.

Por la relativa frecuencia del mal en algunas tierras más bien pobres y especialmente durante períodos secos, el problema ha sido objeto de estudios metódicos por parte de técnicos competentes en estos países. Una visión de conjunto de las aludidas indagaciones, con indicaciones bibliográficas complementarias, ofrecí en la parte final del capítulo XIV de mis « Investigaciones Agronómicas ». Me resulta pues singularmente grato citar, empezando con la Argentina, a los doctores Celestino M. Pozzi y Carlos A. Lerena, que estudiaron la enfermedad desde los puntos de vista del médico veterinario. Respecto a Río Grande do Sul, señalo las investigaciones sumamente instructivas del Dr. Fernando Chaltein y del ingeniero agrónomo João Rouget Pérez, dignas de ser tenidas en cuenta también por la exposición de ideas contrarias a la opinión corriente sobre causa y efecto del mal. En cuanto al Uruguay, finalmente, nombro en primer término a los médicos veterinarios Miguel C. Rubino, Antonio Cassamagnaghi, Luis C. Murguía y Lucas Rodríguez Blanco, como investigadores que dedicaron su atención al problema.

Una mención aparte merecen las realmente amplias investigaciones ejecutadas por los técnicos de la Comisión Nacional de Estudio del Problema Forrajero del Uruguay, de la cual me honro en ser Presidente, las cuales son realizadas bajo la dirección inmediata del ingeniero agrónomo Gustavo E. Spangenberg. En las « Jornadas Agronómicas » de 1939, de Buenos Aires, el nombrado técnico presentó un tema instructivo sobre el particular, disertando sobre las características pratenses correlativas con déficits fosfo-cálcicos en el Uruguay. En años posteriores, estos trabajos se extendieron también hacia la dilucidación del nexo causal entre la vegetación pastoril y la escasez o ausencia de elementos de vestigio (trazas).

Lógicamente, la insuficiencia mineral en los alimentos afectó también al hombre mismo, registrándose sus consecuencias especialmente en los casos en que ellos proceden exclusivamente de tierras pobres en minerales indispensables para el esqueleto y el funcionamiento normal del organismo. Prescindiendo de detalles aún dudosos en uno u otro aspecto de los nexos causales pertinentes, indico en primer término las consecuencias bien claras, que la escasez de materias

fosfocálcicas en los alimentos ha tenido sobre las enfermedades de la dentadura. Resulta impresionante comprobar, que los descendientes de colonos europeos con dentadura sana y fuerte hasta el final de su vida, sufran en forma tan alarmante los efectos de la desmineralización en sus dientes. En la literatura pertinente encontré documentado el hecho de que las tres cuartas partes de los descendientes de colonos inmigrados, todos éstos con dentadura totalmente sana, ya en la segunda generación se vieron obligados, a partir de sus 20 años de edad, a recurrir a dentaduras postizas.

El raquitismo constituye un mal harto frecuente entre los niños que se vienen criando en ambientes de esta índole, o sea con tierras pobres en minerales. Sus padres, sin recursos para adquirir alimentos protectores, se ven obligados a alimentarlos exclusivamente con los productos extraídos de suelos pobres en substancias fosfocálcicas. El bocio, mencionado ya líneas arriba, como enfermedad de los suinos provocada por la escasez de yodo, pese a detalles aún dudosos de la etiología del mal, es considerado también respecto al género humano como consecuencia de la insuficiencia del referido mineral. Entre las regiones afectadas, figuran también comarcas apartadas de las provincias andinas de la Argentina.

La repercusión desfavorable de la escasez mineral sobre la formación del feto y la cría del recién nacido durante la lactancia, constituye igualmente un problema de desequilibrio nutritivo de gran importancia en las regiones apartadas, sin posibilidades y frecuentemente carentes, debido a la pobreza de sus moradores, de dinero, para poder recurrir a los remedios de la medicina moderna. Otro ejemplo pues, por cierto bien instructivo, respecto al nexo causal de la desmineralización de la tierra y el desequilibrio nutritivo del hombre.

5. *El avance alarmante de la desmineralización en este siglo* constituye, sin duda alguna, un aspecto de nuestro problema, digno no sólo de creciente interés teórico, sino también de la mayor atención por parte de los dirigentes de la causa pública en los respectivos países, a fin de tomar contramedidas prácticas, según las circunstancias del caso. En efecto, durante el siglo en curso se agregaron a los factores causantes del agotamiento de la tierra agrícola, señalados anteriormente, otros dos de singular gravedad. Me refiero a la generalización de la agricultura mecanizada, especialmente en

los países nuevos, y de la canalización urbana en todos los países civilizados de Occidente. Si bien los comienzos de ambos procesos aceleradores de la desmineralización pertenecen a los últimos decenios del siglo XIX, es innegable, que su generalización como punto decisivo de la cuestión, tuvo lugar recién en el correr de nuestra centuria.

El invento de la segadora-atadora primero, seguido luego por el de la cosechadora, trajo de repente una expansión extraordinaria de la agricultura cerealera en todos los países nuevos del mundo, tomándose bajo cultivo vastas superficies de tierras vírgenes. El invento y perfeccionamiento rápido del tractor a gasolina y su difusión amplia que coincidió con la de la cosechadora, abrió a la labranza en gran escala posibilidades no sospechadas en períodos anteriores. Justamente en los países nuevos, la mecanización agrícola se extendió a paso de gigante. Ante la demanda siempre creciente de la humanidad por alimentos y otros productos agropecuarios, los labradores, respondiendo a veces también al afán del lucro momentáneo, sin tener en cuenta la repercusión de su actitud sobre la conservación de la fertilidad y recurriendo a los elementos potentes de la labranza mecanizada, se excedieron en el uso de la tierra como substrato inmutable de la producción rural. Con harta freccuencia se habrá llegado al abuso.

No sólo se pretendió extraer del suelo más de lo que buenamente éste podía dar sin desmedro de su producción futura, sino en pocos decenios se le expolió, tanto de su riqueza acumulada en milenios como también del potencial productivo del futuro. Son bien conocidos los aludidos abusos de la tierra que se registran en forma de la agricultura esquilmante e inconsulta en tierras no apropiadas para la labranza, luego como pastoreo excesivo de terrenos pobres y finalmente como explotación abusiva de las selvas.

El balance trágico de este proceso destructivo está a la vista en forma de tierras agobiadas y cansadas, frecuentemente arruinadas del todo por los arrastres de la erosión acelerada, al punto de no ser ya posible su recuperación. A raíz de la copiosa literatura sobre el problema y los comentarios aparecidos también en revistas de divulgación y la prensa diaria, el problema resulta por demás conocido, aún en círculos ajenos a los problemas del agro.

En relación con el tema del epígrafe, el asunto interesa más bien desde el punto de vista de la desmineralización. Trayendo a la me-

moria lo expresado anteriormente sobre su avance, aún en las condiciones corrientes de la agricultura y ganadería de antaño, es lógico que esta explotación abusiva de la tierra, sobre todo la generalización de la labranza mecanizada en la agricultura extensiva, tuvo que acelerar considerablemente todos los procesos de la desmineralización con el consiguiente acrecentamiento también del precitado desequilibrio productivo y nutritivo.

Este tremendo proceso de una destrucción sin cesar, que se registra preferentemente en los países nuevos con sus sistemas de explotación tan despiadados desde el punto de vista de la necesidad de conservar el potencial productivo del suelo. toma aspectos más graves aún, con contornos realmente sombríos y tétricos, debido a la actitud del sector urbano de la humanidad de Occidente. El resultado de la explotación agropecuaria del suelo, o sea productos agrícolas y ganaderos de toda clase, quedan vertidos en una corriente incesante sobre las ciudades consumidoras. Y bien, todos estos centros urbanos dejan de retribuír al campo las substancias extraídas del suelo, entre ellas también las minerales que aquí interesan. Hay más aún, las ciudades, en recompensa de lo que dejan de aprovechar, mandan los residuos de los alimentos a través de los modernos sistemas de canalización, a los ríos y finalmente al océano. Los continentes pierden así para siempre todas las aludidas cantidades realmente apreciables de minerales. La desmineralización se torna cada vez más amenazante para la continuación de una agricultura estable, basada sobre el principio del equilibrio, como punto de partida de nuestra disertación.

Es algo así como el golpe de gracia para uno de los aludidos equilibrios del reino natural, equilibrio importante no sólo a fin de conservar la capacidad productora de la tierra, sino de ahí también para la misma nutrición humana. Este desequilibrio empero, bajo la presión del aumento constante de la población humana de nuestro globo, se acentúa cad vez más. Pese a las guerras, la difusión de procedimientos anticoncepcionales, etc., todos los años se agregan 20 millones de bocas nuevas, a los ya existentes que sobrepasan largamente los 2000 millones. El consumo aumenta más aún, debido también a las exigencias siempre crecientes por un más elevado nivel de vida. Si bien los vaticinios tétricos de Malthus, en su aspecto fundamental, dejaron de cumplirse, por razones múltiples, durante el siglo y medio desde que fueran enunciados, la amenaza

en principio existe. Palpable en las situaciones de infraconsumo y más aún hambre verdadera en muchas partes hasta del mundo civilizado de hoy, la tragedia, se viene cerniendo paulatinamente sobre los habitantes del globo considerados en conjunto.

Una situación como ésta, no habrá podido imaginarse Thaer, el padre de la Agronomía como ciencia, en su exposición sobre el aumento paulatino de la fertilidad, en proporción a la densidad de la población humana. Al escribir su libro clásico sobre la agricultura racional, se ignoraba aún por completo la importancia de los minerales, no menos significativa que la del humus, para la conservación de la fertilidad. El problema quedó dilucidado poco después a través de las ya mencionadas investigaciones básicas sobre la fisiología de la nutrición vegetal, ejecutadas por de Saussure, Boussingault y von Liebig. Pero aún así, es decir, sin tener en cuenta el desequilibrio producido por la desmineralización de los continentes, Thaer, al enunciar el aumento de la fertilidad en proporción al aumento de la población (la cual conjuntamente con los animales produce el humus que debe ser devuelto a la tierra con el agregado de residuos de la materia vegetal en descomposición, al efecto de conservar y hasta aumentar su fertilidad), hace expresamente la salvedad: « siempre bajo la condición de saberse evitar el arrastre fluvial de tan preciosa materia, hacia el océano o su destrucción por el fuego ». Actualmente, sin embargo, no sólo el humus, sino también, lo que es mucho peor aún, las substancias minerales, al efecto del caso tan « preciosas » como aquél, son arrastradas en cantidades cada vez más abultadas hacia el océano. El desequilibrio productivo toma caracteres graves.

6. *Los remedios*, lógicamente, deben contemplar ambos aspectos del desequilibrio, el productivo y el nutritivo. En cuanto a éste, existe el recurso de los paliativos, suministrándose sales tónicas, especialmente las calcáreo-fosfóricas, tanto a los animales domésticos estabulados como a los de pastoreo. En forma análoga se trata de subsanar también el desequilibrio nutritivo del hombre. Se recurre a toda clase de sales, y en este caso especial también a la vitamina « D », destinada a corregir deficiencias del balance fosfocálcico del esqueleto, para remediar algún desequilibrio nutritivo. Sin restar importancia a tales tratamientos terapéuticos, es innegable, que ellos, aun en el mejor de los casos, sólo resuelven una parte del problema, dejando de contemplar en absoluto todo

lo atingente a la corrección del desequilibrio productivo. Con el objeto de remediar el mal a fondo, hay que atacarlo de raíz, o sea tratar de lograr también el equilibrio productivo, con el cual el otro desaparecerá por sí solo, obteniéndose al mismo tiempo la recuperación de la fertilidad, siempre que esta dependa de la escasez de determinada substancia mineral.

Estos objetivos se alcanzarán, como fácilmente se comprende, sólo a través de la devolución a la tierra de las substancias minerales extraídas de ella. Un ejemplo singularmente instructivo respecto a lo que se puede lograr con la incorporación de grandes cantidades de sales minerales en un erial completamente estéril, es el del Dominio de Rengen, tierras yermas situadas en los páramos de las montañas de la Eifel (Alemania). La recuperación de estas tierras y su transformación en un predio de alta capacidad productora fué la obra maestra, punto culminante de la actuación tan fecunda de mi maestro Remy de la Universidad de Bonn (río Rhin), en este sector de las investigaciones agronómicas. Limitándome aquí a esta breve mención del caso que no pasó desapercibido ni en otros países de Europa, ni en otros continentes, remito al segundo tomo de mis «Investigaciones Agronómicas», en cuya página 1003 se encuentra su descripción resumida.

Seré breve también en mis referencias a otros tópicos instructivos relacionados al asunto. Richardson calculó, que desde 1870, la exportación de animales de los terrenos pastoriles de Victoria (Australia) ha extraído de su suelo un equivalente superior a dos millones de toneladas de superfosfato. Su reposición constituye un problema difícil de resolver, no sólo respecto a su financiación, sino también en lo que se relaciona con el transporte y la aplicación de tan abultada cantidad de fertilizantes. Stapledon, la más alta autoridad en herbazales, considera como medida más urgente para detener el derrumbe agrícola en Inglaterra, una encaladura anual de sus campos de pastoreo con más de un millón de toneladas. Por otra parte, por razones imperiosas de economía, es menos exigente respecto al programa de la aplicación en mayor escala de abonos fosfóricos. Aun así establece el postulado de tener que esparcirse anualmente algo menos de medio millón de toneladas de estos, a fin de recuperar la fertilidad de una parte de las tierras afectadas por el mal de la desmineralización.

En comparación con cifras tan abultadas para una superficie relativamente reducida como la de las tierras de pastoreo de Ingla-

terra, llegaríamos a guarismos realmente impresionantes al calcular, en forma análoga, cantidades totales de los abonos fosfatados requeridos tan sólo para la restitución de lo que en el correr de los siglos fué llevado de terrenos pobres de estos países, con el agravante de la pérdida adicional por la erosión acelerada, bajo la acción de la explotación agrícola esquilmante de los últimos tiempos.

El Uruguay, además de los ya aludidos datos concisos sobre la pobreza de la mayoría de sus tierras en fósforo, dispone también de una copiosa y bien respaldada documentación respecto a los resultados obtenidos en la aplicación experimental de abonos minerales. Me refiero a los datos reunidos a través de la vasta obra experimental sobre el problema, iniciada en 1906 poco después de la fundación de la Facultad de Agronomía de Montevideo, e intensificada luego considerablemente por la experimentación metódica, cumplida por « La Estanzuela » en colaboración con el Instituto de Química Industrial de Montevideo. En su vinculación con nuestro tópico, se trata tal vez de la documentación técnica más amplia y, debido a su larga duración, también más sólida, que hasta la fecha haya sido reunida en país alguno del continente.

Los poderes públicos del Uruguay, sacando las consecuencias de los resultados inequívocos de todo este copioso acervo experimental, están empeñados en intensificar el empleo de los abonos minerales en la práctica agrícola como uno de los puntos del programa de gobierno del actual señor Presidente, don Luis Battle Berres. A una fecha anterior pertenece el decreto del Poder Ejecutivo de junio 22 de 1943, incorporando los abonos o productos fertilizantes dentro de los artículos de primera necesidad y destinando hasta la cantidad de cien mil pesos para el abaratamiento de los abonos, decreto éste que pertenece a una inicativa del entonces Ministro de Ganadería y Agricultura Ing. Agr. Arturo González Vidart. En diciembre de 1947, la Cámara de Diputados dió su aprobación a un Proyecto de Ley presentado oportunamente por el representante nacional, Dr. Salvador García Pintos, prohibiendo la exportación de abonos fosforados orgánicos (guanos animales), así como de productos y materias primas aptas para su elaboración, tales como huesos comunes, harinas de huesos y cenizas de huesos, cuya exportación pagará un impuesto del 15 % ad valorem. El producido de este impuesto será destinado a la importación de fosforita o cualquier materia prima apropiada para la preparación de abonos

fosfatadas, propendiéndose así a intensificar la elaboración de esta clase de abonos en el país. Con la votación favorable de este proyecto por parte del Senado, la cual hay que dar por descontada, el Uruguay dispondrá, pues, de mayor cantidad de abonos fosfatados y probablemente también a menor precio.

Ante la presión de la evolución habida en los últimos años, el problema de la aplicación de abonos químicos en la agricultura de estos países nuevos, considerado hasta hace poco como « cuestión exótica », no sólo cobró actualidad, sino en algunos casos resulta de verdadera importancia inmediata.

Señores: Ignoramos el giro futuro de las cosas respecto a varias cuestiones íntimamente vinculadas con un problema como el que acabo de exponer, de proyecciones tan vastas para la humanidad. Por lo pronto seguimos dependiendo, respecto a nuestros alimentos, de la producción agropecuaria. Los productos sintéticos hasta la fecha no trajeron alivio, ya que casi todos los que se conocen actualmente, requieren para su fabricación substancias orgánicas oriundas del trabajo fotosintético de las plantas. La celulosa de plantas de toda clase, especialmente los árboles forestales, proteínas y grasas vegetales y animales y otros productos oriundos del reino orgánico, constituyen materia prima para la fabricación de los aludidos productos sintéticos y de otros, a través de gigantescos procesos industriales. De suerte que, los productos sintéticos, en vez de traer alivio respecto a la producción agropecuaria y de ahí la explotación abusiva del suelo, al acrecentar la demanda por productos orgánicos oriundos del mismo, contribuyeron a agravar aun más, el problema de su desmineralización.

Investigaciones recientes sobre la fotosíntesis indican que los océanos, en vez de constituir vacíos estériles de la superficie del globo respecto a la acaparación de la energía solar por el trabajo fotosintético de las células elaboradoras de la materia orgánica que tanto nos interesa, participan activamente en los aludidos procesos tan complicados. Más aún, según indicaciones de Eugenio I. Rabinowitch en su importante obra monográfica sobre la fotosíntesis, aparecida en 1945, una hectárea de tierra firme sería capaz de fijar anualmente 1,3 toneladas de ácido carbónico, en contraposición a 3,75 como cifra correspondiente a igual superficie de los océanos. Resulta, pues, que respecto a este punto fundamental para

la formación de materias orgánicas, los mares superan en una cifra tres veces mayor el poder acumulador de la tierra firme. En qué forma las generaciones futuras, recurriendo, ante la presión de necesidades siempre más apremiantes, a la flora y fauna oceánica, sabrán sacar provecho de esta situación, significa otra de las aludidas incógnitas.

Por lo pronto hay que atenerse a los hechos que rigen en el presente. La desmineralización creciente de los continentes como amenaza para el futuro, es un hecho incontrovertible. No se conoce ninguna civilización que, aun recurriendo a la aplicación de fertilizantes, haya podido perdurar sobre la base exclusiva de abonos orgánicos. En el caso de las civilizaciones milenarias del lejano oriente se comprueba este aserto. Aquellas aglomeraciones de gente en las llanuras fértiles de Asia han podido perdurar, por incorporarse, conjuntamente con las deyecciones animales y humanas, todo lo extraído de la tierra también en forma de minerales, con el agregado de lo contenido en residuos vegetales utilizados para la fabricación de sus valiosos abonos compuestos.

En contraposición a este ejemplo clásico respecto a la duración de civilizaciones basadas sobre una agricultura que recurre a la devolución prácticamente total de lo extraído del suelo, al mismo predio de donde fué sacado, tenemos el procedimiento actual de estos países nuevos. El drenaje incesante de su fertilidad y especialmente las substancias fosfo-cálcicas que aquí interesan en primer término, originaron un desequilibrio productivo que se viene acentuando cada vez más. El desequilibrio nutritivo en su interdependencia con el otro, constituye una amenaza no sólo respecto a la alimentación en sí, sino también en lo que atañe al trabajo intelectual. Sin cal no hay esqueleto; pero sin fósforo no hay trabajo cerebral, ya que las grasas y las proteínas en este aspecto poco valen.

Pongo punto final a mi exposición, confirmando una vez más lo ya expresado en otras oportunidades a través de las palabras vertidas por Russell en su obra clásica sobre las condiciones del suelo y el crecimiento de las plantas: los yacimientos de fosfato pueden ser todavía el factor que determine el curso de la historia. Formulo sinceros votos por que el continente sudamericano, cuyo problema de desmineralización lógicamente interesa aquí en primer término, salga airoso de una prueba eventual respecto a su porvenir, involucrada en las referidas palabras.

He dicho.

LOS ENFRIADORES DEL CLINKER



El proceso de cocción del material con que se elaboran los cementos San Martín o Incor, es uno de los aspectos más delicados de la fabricación, pues para poder mantener en su estado cristalino y en su cantidad, los constituyentes del cemento portland, es necesario que esa masa, parcialmente fundida en los hornos a 1500°c., sufra un enfriamiento gradual que asegure una correcta finalización del proceso. Esa importante misión la cumplen grandes refrigerantes longitudinales, de construcción especial, a los cuales cae, desde los hornos, el material que fué sometido a la correspondiente cocción. Los rigurosos y constantes análisis químicos, controles térmicos y exámenes cristalográficos, que se practican en este aspecto de la fabricación del cemento San Martín y del cemento Incor de endurecimiento rápido, permiten asegurar la alta calidad uniforme de estos cementos de industria argentina.

COMPANIA ARGENTINA DE CEMENTO PORTLAND

RECONQUISTA 46 • (R 3) • BUENOS AIRES ★ SARMIENTO 991 • ROSARIO